

Tutorato di Statistica 1 del 06/12/2010
Docente: Prof.ssa Enza Orlandi
Tutore: Dott.ssa Barbara De Cicco

Esercizio 1.

Sia X_1, \dots, X_n un c.c. estratto da Poisson di parametro λ . Trovare il test più potente di ampiezza α per $H_0 : \lambda = \lambda_0$ contro $H_1 : \lambda = \lambda_1$ con $\lambda_0 < \lambda_1$. Come cambia il test nel caso $\lambda_0 > \lambda_1$?

Esercizio 2.

Sia X una singola osservazione dalla densità: $f(x, \theta) = \theta x^{\theta-1} 1_{(0,1)}(x)$, $\theta > 0$

1. Nel verificare $H_0 : \theta \leq 1$ in alternativa a $H_1 : \theta > 1$ determinate la funzione di potenza e l'ampiezza di un test del tipo: si rifiuti H_0 se e solo se $X \geq 1/2$.
2. Determinate un test più potente di ampiezza α per $H_0 : \theta = 2$ in alternativa a $H_1 : \theta = 1$.

Esercizio 3.

Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale di ampiezza n estratto da:

$$f(x; \theta) = \theta^2 x e^{-\theta x} 1_{(0,+\infty)}(x)$$

Vedere se esiste un test uniformemente più potente di ampiezza α per verificare: $H_0 : \theta \leq 1$ contro $H_1 : \theta > 1$

Esercizio 4.

Siano $X_1, \dots, X_n \sim f(x, \theta) = (\theta + 2)x^{\theta+1}$ con: $0 < x < 1$ e $\theta > 2$.

Si vuole testare il test di ipotesi: $H_0 : \theta \leq \theta_0$ contro $H_1 : \theta > \theta_0$. Trovare il test uniformemente più potente di ampiezza α .

Esercizio 5.

Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale dalla distribuzione uniforme sull'intervallo $(0, \theta)$. Sia $Y(1) := \min\{X_1, \dots, X_n\}$ e $Y(n) := \max\{X_1, \dots, X_n\}$ e sia $a > 1$.

1. Dimostra che $(aY(1), aY(n))$ è un intervallo di confidenza per θ .
2. Determinare a tale che il livello di confidenza di questo intervallo sia massimo.